

# Innhold

<b>Forord</b> .....	5
---------------------	---

## **Kapittel 1**

<b>Mangfold i lærerutdanningens matematikk</b> .....	13
--	----

*Ellen Konstanse Hovik og Bodil Kleve*

Et teoretisk perspektiv på undervisningskunnskap i matematikk .....	13
Undervisningskunnskap i matematikk som anvendt matematikk .....	18
Sosiomatematiske normer .....	19
Bevis og generalisering .....	20
Ulike brøkaspekter .....	21
Dobbel tallinje .....	22
Flervalgsoppgaver i matematikk .....	24
Matematikkhistorie .....	25
Uendelighet .....	26
Problemløsning og detektivhistorien .....	27
Et eksistensielt spørsmål .....	28
Avsluttende kommentarer .....	29
Referanser .....	30

## **Kapittel 2**

### **Læringspartner og sosiomatematiske normer som potensial**

<b>for elevers læring</b> .....	31
---------------------------------	----

*Bodil Kleve og Gerd Ånestad*

Bakgrunn og problemstilling .....	31
Sosiomatematiske normer .....	33
Metode .....	35
Analyse og drøfting .....	36
Diskusjon .....	42
Avsluttende kommentar .....	44
Referanser .....	45

### Kapittel 3

#### **Bevis og generalisering i skolen – utfordringer og muligheter** ..... 46

*Ellen Konstanse Hovik og Ida Heiberg Solem*

Innledning .....	46
Teoretiske perspektiver og rammeverk .....	47
Presentasjon og analyse .....	49
Aritmetisk representasjon .....	50
Billedlig/visuell representasjon .....	53
Tekst/regnefortelling .....	54
Bruk av symboler .....	55
Multimodal argumentasjon .....	56
Avsluttende drøfting .....	58
Referanser .....	59

### Kapittel 4

#### **Aspekter ved brøk i en nasjonal prøve** ..... 61

*James Gray og Gerd Ånestad*

Innledning .....	61
Aspekter ved brøk .....	62
Del av en helhet .....	63
Brøk som mål .....	63
Brøk som kvotient .....	64
Brøk som operator .....	65
Brøk som forhold .....	65
Metode .....	66
Analyse .....	67
Oppgave 19 .....	68
Oppgave 27 .....	69
Oppgave 29 .....	71
Oppgave 42 .....	72
Oppgave 46 .....	73
Avslutning .....	74
Referanser .....	76

### Kapittel 5

#### **Den doble tallinjen som didaktisk modell for proporsjonalitet, introdusert i en realistisk matematikkundervisningstradisjon** ..... 78

*Elisabeta Eriksen, Grethe Kjensli, Camilla Rodal*

Innledning .....	78
------------------	----

Visualisering i matematikk .....	80
Den doble tallinjen i realistisk matematikkundervisning .....	82
Proporsjonalitet i kontekst .....	84
Metode .....	86
Analyse og diskusjon .....	88
Bensinforbruk – kategori <i>rater</i> .....	88
Blandingsforhold – kategori <i>to deler av en hel</i> .....	92
Forstørring av bokstaven F – kategori <i>skalering</i> .....	98
Konklusjon og avsluttende kommentarer .....	100
Referanser .....	102

## Kapittel 6

<b>Konstruksjon av flervalgsoppgaver i matematikk</b> .....	104
<i>Tonje Hilde Giæver og Helga Kufaa's Tellefsen</i>	
Rammeverk .....	105
Bakgrunn og kontekst .....	106
Metode .....	107
Resultater .....	108
«Å lage spørsmål fra eget pensum var utfordrende» .....	108
«Å lage flervalgsoppgaver bidro til egen læring» .....	112
Oppsummering .....	114
Referanser .....	115

## Kapittel 7

<b>Matematikkhistorie i matematikkundervisningen? Hvorfor? Og hvordan?</b> ...	117
<i>Bjørn Smestad</i>	
Innledning .....	117
Hvorfor matematikkhistorie i undervisningen? .....	118
Hvordan gjøre dette i praksis? .....	121
1. Arbeide med originalkilder .....	122
2. Bruke gamle teknikker .....	125
3. Arbeide med konkrete .....	126
4. Spille teater .....	127
5. Gjøre oppgaver basert på matematikkhistorien .....	128
6. Arbeide med ords opphav .....	129
7. Flerfaglig arbeid .....	130
8. Se på matematikeres biografi .....	131
9. Arbeide med prosjekt .....	132

Avslutning .....	133
Referanser .....	134

## Kapittel 8

<b>Lærerstudenters oppfatninger om 0.999...</b> .....	137
---	-----

*Lars Reinholdtsen*

Introduksjon .....	137
Teori .....	138
Handlinger, prosesser og objekter .....	139
Begrepsbilde og begrepsdefinisjon .....	141
Approksimasjonsmatematikk og holdninger til matematisk konsistens .....	143
Hvordan endres de intuitive oppfatningene? .....	144
Prakseologier .....	145
Metode .....	146
Undervisningsepisodene .....	146
En utfordring fra en ungdomsskoleelev .....	146
Innledende diskusjon i klasse 1 .....	147
Innledende diskusjon i klasse 2 .....	148
Lærerens argumenter for at $0.999... = 1$ .....	149
Diskusjon .....	150
Grad av opplevd kognitiv ubalanse .....	150
Dynamisk språkbruk .....	151
Infinitesimale ideer .....	151
Teknikken $\tau_<$ .....	152
Approksimasjonsmatematikk .....	153
Aksept av uendelige desimaltall og innsikt om behovet for definisjoner .....	153
Algoritmer .....	154
Avslutning og oppsummering om forskningsspørsmålene .....	155
Appendiks .....	156
Definisjonen av 0.999... som et reelt tall .....	156
Hyperreelle tall .....	157
Referanser .....	159

## Kapittel 9

<b>Detektivhistorien og matematisk problemløsning</b> .....	161
---	-----

*Olav Gravir Imenes*

Sammendrag .....	161
Innledning .....	162
Detektivhistoriens oppbygning .....	164

Matematisk problemløsning .....	165
Matematisk kriminalhistorie .....	166
Mordet .....	166
Sporene .....	166
Konstruksjon av historien .....	167
Løsningen .....	170
Forenklete løsningsmetoder .....	171
Eksponentialfunksjoner .....	171
Finne funksjon ved hjelp av dataprogram .....	173
Bruk av logaritmisk skala .....	174
Oppdeling i lineære deler .....	175
Sammenheng mellom detektivhistorien, problemløsning og modellering .....	176
Avslutning .....	179
Referanser .....	180
<b>Kapittel 10</b>	
<b>Kan vi besvare alle matematiske spørsmål? .....</b>	<b>183</b>
<i>Eyvind Martol Briseid</i>	
Sammendrag .....	183
Innledning .....	183
Hilberts problemer og «ignorabimus» .....	187
Diofantiske likninger .....	188
Russells paradoks og Hilberts program .....	191
Formelle systemer .....	192
Ufullstendighet .....	195
Avslutning og videre lesning .....	197
Referanser .....	198
<b>Forfatteromtale .....</b>	<b>200</b>